Dekservet met de priemgetallen van Gauss

Het dekservet toont de priemgetallen van Gauss in het complexe vlak. De oorsprong O bevindt zich in het midden van het dekservet en de x-as en de y-as lopen parallel aan de zijkanten van het dekservet. De complexe gehele getallen van Gauss worden gedefinieerd als **m + ni**, waarbij zowel **m** als **n** onafhankelijk van elkaar alle positieve en negatieve gewone gehele getallen doorlopen (inclusief nul) en $i = \sqrt{-1}$. Hieruit volgt dat $-7 + 2i$, $0 - 5i$, $21 + 7i$, $12 + 0i$ allemaal complexe gehele getallen zijn. Het mag duidelijk zijn dat het product van twee complexe gehele getallen ook weer een complex geheel getal is.

Dit volgt uit:

$$(m_1 + n_1 i)(m_2 + n_2 i) = m_3 + n_3 i$$

waarbij

$$m_3 = m_1 m_2 - n_1 n_2$$

$$n_3 = n_1 m_2 + m_1 n_2$$

Zoals bekend kan van de gewone (rationale) gehele getallen niet ieder geheel getal worden ontbonden in kleinere factoren; de gewone gehele getallen die niet ontbonden kunnen worden, zijn de gewone priemgetallen. Hetzelfde geldt voor de complexe gehele getallen. De complexe gehele getallen die **niet** geschreven kunnen worden als het product van twee andere complexe gehele getallen (behalve 1, −1, i en −i) worden de complexe priemgetallen of de priemgetallen van Gauss genoemd. Deze laatste worden op het dekservet weergegeven als blokjes.

Gewone priemgetallen (zoals 3, 7, 11, …) die van de vorm 4k – 1 zijn (met k geheel) blijven priemgetallen volgens de theorie van Gauss en worden zodoende weergegeven op de reële en de complexe as. Echter, gewone priemgetallen van de vorm 4k + 1 (zoals 5, 13, 17, …) zijn geen priemgetallen meer volgens de theorie van Gauss, omdat ze ontbonden kunnen worden op de volgende wijze:

$$5 = (1 + 2i)(1 - 2i)$$

$$13 = (3 + 2i)(3 - 2i)$$

$$17 = (4 + i)(4 - i)$$

en daarom worden de gewone priemgetallen zoals 5 en 13 of de daarmee verwante 5i, 13i, −5i, −13i, −5 en −13 niet weergegeven in het assenstelsel.

Tenslotte zijn getallen zoals 3 + 2i en 5 + 4i ook complexe priemgetallen en worden als zodanig weergegeven in het diagram. Deze complexe priemgetallen hebben de eigenschap dat hun norm, d.w.z. het kwadraat van hun modulus, een gewoon priemgetal is van de vorm 4k + 1, bijvoorbeeld:

$$3^2 + 2^2 = 13$$

$$5^2 + 4^2 = 41$$

Genève
maart 1954

BALTHASAR VAN DER POL

Het dekservet werd destijds geproduceerd door N.V. Linnenfabrieken E.J.F. van Dissel & Zonen te Eindhoven

Literatuur:

Fortune, juni 1958, p. 140.
Prof. Dr. Hans Freudenthal, ‘Priemgetallen en textiel’ in **De Groene Amsterdammer**, 5 maart 1955, p. 11.